

Brojevni sistemi

Nepozicioni i pozicioni brojevni sistemi

Brojevni sistem se sastoji od **skupa znakova (cifara)** i **pravila za pisanje cifara**.

NEPOZICIONI BROJEVNI SISTEMI su oni kod kojih značenje pojedine cifre ne zavisi od njenog položaja u zapisanom broju. Najpoznatiji je **sistem rimskih brojeva**.

Cifra	I	V	X	L	C	D	M
Vrednost	1	5	10	50	100	500	1000

Pravila za njihovo zapisivanje:

- Ako nekoliko jednakih cifara stoji jedna uz drugu onda im se vrednosti sabiraju:

$$XXX = X + X + X = 30$$

- Ako su uzastopno zapisane dve različite cifre, od kojih sa leve strane stoji ona sa većom vrednošću, onda im se vrednosti sabiraju:

$$XVI = X + V + I = 16$$

- Ako su uzastopno zapisane dve različite cifre, od kojih levo stoji cifra sa manjom vrednošću, onda se njena vrednost oduzima od desne cifre:

$$XC = C - X = 90$$

POZICIONI BROJEVNI SISTEMI imaju ograničen broj cifara, s tim da njihova vrednost zavisi od **položaja u zapisanom broju**. Svaki pozicioni brojevni sistem ima svoju **osnovu**, **cifre** i **najveći element**.

- **Osnova** je broj različitih cifara u određenom brojevnom sistemu (n).
- **Najveći element** je najveća cifra sistema i iznosi $osnova - 1$ ($n - 1$).

Osnova može biti bilo koji broj, ali se uz dekadni brojevni sistem najčešće u računarskim sistemima koriste **binarni, oktalni i heksadekadni brojevni sistemi**.

Brojevni sistem	Osnova (n)	Cifre	Najveća cifra ($n - 1$)
Dekadni	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	9
Binarni	2	0,1	1
Oktalni	8	0,1,2,3,4,5,6,7	7
Heksadekadni	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F	F

Dekadni (<i>dec</i>)	Binarni (<i>bin</i>)	Oktalni (<i>oct</i>)	Heksadekadni (<i>hex</i>)
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Dekadni brojevni sistem

DEKADNI BROJEVNI SISTEM je najčešće korišćen brojevni sistem. **Osnova** ovog sistema je $n = 10$ pa se mesne vrednosti na susednim pozicijama razlikuju 10 puta. **Težine cifara:**

- Cifra na mestu jedinice ima poziciju 0
- Cifra na mestu desetice ima poziciju 1
- Cifra na mestu stotine ima poziciju 2
- ...

$$\overset{10^3}{3} \overset{10^2}{8} \overset{10^1}{2} \overset{10^0}{7} \underset{(10)}{=} = 3 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 = 3000 + 800 + 20 + 7 = 3827$$

$$\overset{10^3}{1} \overset{10^2}{7} \overset{10^1}{3} \overset{10^0}{2}, \overset{10^{-1}}{4} \overset{10^{-2}}{5} \underset{(10)}{=} = 1 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$$

Pozicije cifara se označavaju indeksima koji su jednaki eksponentima osnove:

- Od decimalnog zareza s desna ulevo su pozicije *nulta*, *prva*, *druga*, ... (npr. u broju 1732,45 na drugoj poziciji je cifra 7, a na prvoj cifra 3).
- Od decimalnog zareza s leva udesno su pozicije *minus prva*, *minus druga*, ... (npr. u broju 1732,45 na minus drugoj poziciji je cifra 5).

Mesna vrednost cifre se određuje proizvodom cifre i odgovarajuće težine (npr. mesna vrednost cifre 7 je $7 \cdot 10^2 = 7 \cdot 100 = 700$, a cifre 5 je $5 \cdot 10^{-2} = 5 \cdot 0,01 = 0,05$).

Vrednost broja određuje se zbirom svih mesnih vrednosti ($1000 + 700 + 300 + 2 + 0,4 + 0,05 = 1732,45$).

Sva pravila važe i za druge brojevne sisteme, samo se mora voditi računa o osnovi.

Binarni brojevni sistem

BINARNI BROJEVNI SISTEM ima osnovu $n = 2$, odnosno cifre 0 i 1.

$$2^6 2^5 2^4 2^3 2^2 2^1 2^0 \quad 2^{-1} 2^{-2}$$

$$1101101,01_{(2)} = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = *$$

Težine cifara su u ovom slučaju eksponenti broja dva (eksponenti osnove):

- Cifra jedinice ($2^0 = 1$) je 1
- Cifra **DVOJKE** ($2^1 = 2$) je 0
- Cifra **ČETVORKE** ($2^2 = 4$) je 1
- Cifra **OSMICE** ($2^3 = 8$) je 1
- ...

Pozicija, mesna vrednost i vrednost broja se određuje isto kao kod dekadnog sistema, samo je sada **osnova 2**:

$$* = 1 \cdot 64 + 1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,25 = 109,25_{(10)}$$

$$\Rightarrow 1101101,01_{(2)} = 109,25_{(10)}$$

Kod **OKTALNOG** i **HEKSADEKADNOG** brojevnog sistema se svi pojmovi uvode analogno.

Zadaci za vežbu

1. Na kojoj poziciji se nalaze uokvirene cifre:

a. $10\boxed{0}1101_{(2)}$

b. $8740\boxed{1}_{(10)}$

c. $\boxed{4}5A7_{(16)}$

2. Odrediti težinu uokvirene cifre:

a. $1\boxed{0}01101_{(2)}$

b. $45\boxed{A}7_{(16)}$

c. $105\boxed{7}_{(8)}$

3. Izračunati mesnu vrednost uokvirene cifre:

a. $100\boxed{1}101_{(2)}$

b. $87\boxed{4}01_{(10)}$

c. $1\boxed{0}57_{(8)}$

4. Odrediti vrednost sledećih brojeva:

a. $87401_{(10)}$

b. $45A7_{(16)}$

c. $1057_{(8)}$

Zadaci za domaći

1. Na kojoj poziciji se nalazi uokvirena cifra $10\boxed{5}7_{(8)}$.

2. Odrediti težinu uokvirene cifre $8\boxed{7}401_{(10)}$.

3. Izračunati mesnu vrednost uokvirene cifre $45A\boxed{7}_{(16)}$.

4. Odrediti vrednost broja $1001101_{(2)}$.