# Minimalizacija DNFa  Karnoovom mapom funkcije sa 4 ulaza

Карноове мапе се користе као процес упрошћавања функција Булове алгебре. Узмимо Булову или бинарну функцију описану у следећој таблици истинитости.

**Таблица истинитости функције**

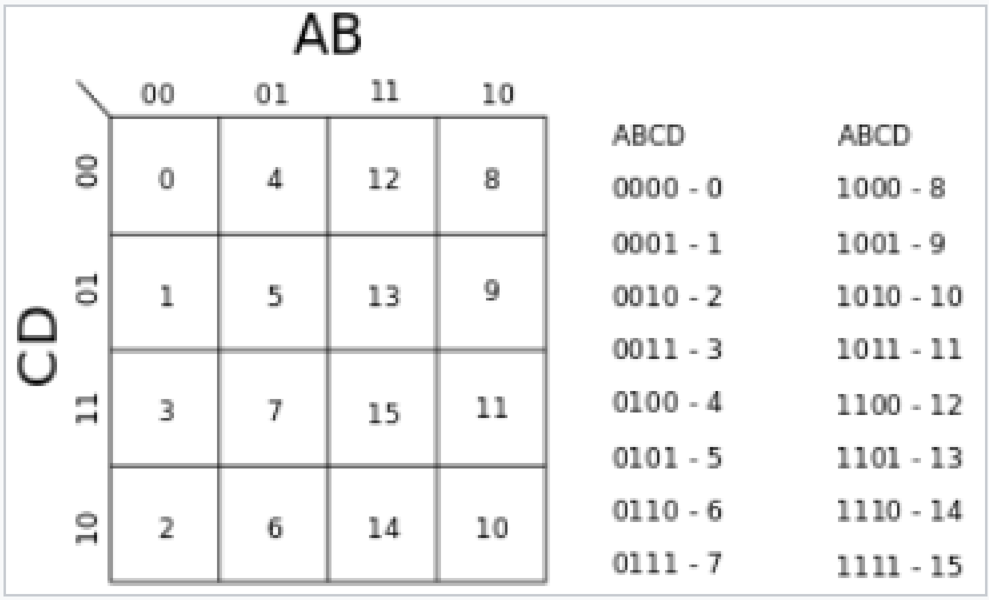
| | A | B | C | D | f(A, B, C, D) |
|---|---|---|---|---|---|
| **0** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **1** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **2** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **3** | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| **4** | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **5** | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| **6** | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| **7** | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| **8** | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **9** | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| **10** | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **11** | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| **12** | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| **13** | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| **14** | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| **15** | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Следе две различите нотације које описују исту функцију у неупрошћеном облику Булове алгебре, користећи променљиве $A$, $B$, $C$, $D$ и њихове инверзне вредности.

- $f(A,B,C,D) = \sum m(6,8,9,10,11,12,13,14)$ Напомена: Вредности у суми су оне које имају излаз 1 у таблици истинитости.
- $f(A,B,C,D) = (\overline{A}BC\overline{D}) + (A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}) + (A\overline{B}\,\overline{C}D) + (A\overline{B}C\overline{D}) + (A\overline{B}CD) + (AB\overline{C}\,\overline{D}) + (AB\overline{C}D) + (ABC\overline{D})$

### Карноова мапа

У овом случају, за улаз од 4 променљиве можемо добити 16 комбинација, па таблица истинитости има 16 редова и Карноова мапа има 16 позиција. Што значи да ће Карноова мапа бити распоређена у матрицу 4 × 4.



Конструкција Карноове мапе.

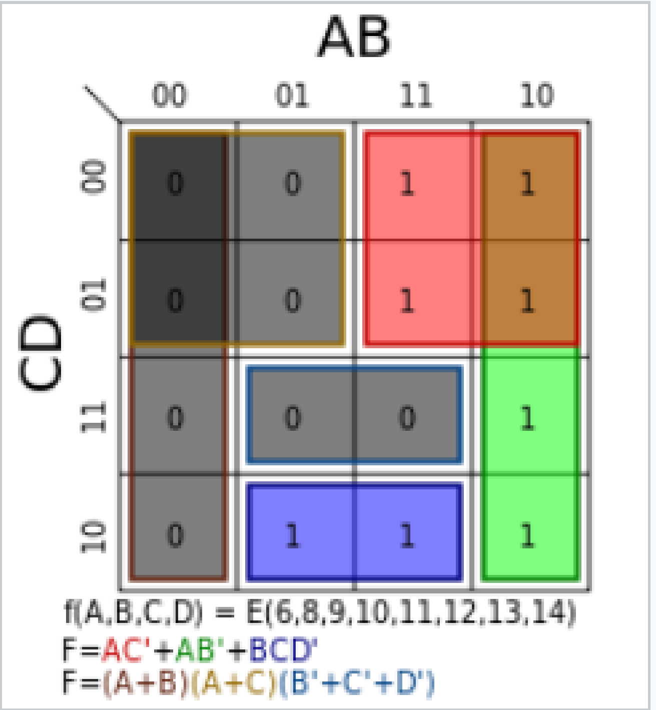
Вредности редова и колона (приказане на врху и са леве стране мапе) су поређане по Грејевом коду уместо бинарног бројевног поретка. Грејев код осигурава да се само једна променљива мења између сваког пара суседних ћелија. Свака ћелија комплетне Карноове мапе садржи бинарну цифру која представља решење функције за ту комбинацију улаза.

Након што је Карноова мапа конструисана она се користи за налажење најпростијих израза за информације из таблице истинитости. Суседне јединице у Карноовој мапи представљају могућности за упрошћавање израза. Минимални израз се добија заокруживањем група јединица на мапи. Те групе морају бити правоугаоног облика и морају да имају површину величине неког степена броја 2 (нпр. 1, 2, 4, 8...). Ти правоугаоници треба да буду што већи, али не смеју да садрже нуле. Групе смеју да се преклапају у циљу да се повећају. Оптимална груписања на овом примеру су приказана зеленим, црвеним и плавим линијама, и црвена и зелена група се преклапају. Црвена група је поље са 2 × 2 ћелије, зелена је 4 × 1, и област преклапања је означена браон бојом.

Мрежа је торусног облика што значи да се поља која се налазе на ивици матрице спајају са другим на крајевима матрице (видети слику). Ћелије скроз десно су заправо суседне са ћелијама које су скроз лево. То такође важи и за ћелије које се налазе скро на врху и на дну. Тако да $A\overline{D}$ може да буде валидан израз – он укључује ћелије 12 и 8 на врху, и спаја их са ћелијама 10 и 14 на дну – као и $\overline{B}\,\overline{D}$, који укључује 4 ћошка.

### Решење [ уреди | уреди извор ]

Када је Карноова мапа конструисана и суседне јединице повезане у правоугаоне групе, минимално алгебарско решење се може наћи посматрањем променљивих које остају у истим групама.



К-мапа приказује минималне изразе обојене као правоугаонике и квадрате. Браон област је преклапање црвеног и зеленог правоугаоника.

За црвену групу:

- Променљива $A$ је иста и једнака је јединици у целој групи, што значи да треба да буде укључена у алгебарску репрезентацију израза.
- Променљива $B$ не одржава исто стање, већ се мења из јединице у нули, и она треба да буде искључена.
- Променљива $C$ се не мења. Она је увек нула, чак и њен комплемент, што значи да треба да буде укључена.
- И променљива $D$ се мења, што значи да је искључујемо.

Значи, први део израза у Буловој суми производа је израз $A\overline{C}$.

За зелену групу, $A$ и $B$ одржавају исто стање, док се $C$ и $D$ мењају, што значи да добијамо $A\overline{B}$.

На исти начин, плава група нам даје израз $BC\overline{D}$.

Коначно решење је једноставно производ ових група, односно $A\overline{C} + A\overline{B} + BC\overline{D}$.

На овај начин смо уз помоћ Карноових мапа упростили израз

$$f(A,B,C,D) = (\overline{A}BC\overline{D}) + (A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}) + (A\overline{B}\,\overline{C}D) + (A\overline{B}C\overline{D}) + (A\overline{B}CD) + (AB\overline{C}\,\overline{D}) + (AB\overline{C}D) + (ABC\overline{D})$$

у

$$f(A,B,C,D) = A\overline{C} + A\overline{B} + BC\overline{D}$$

Такође би било могуће доћи до овог решења пажљивом употребом аксиома Булове алгебре, али време које је потребно за тако нешто расте експоненцијално.