Zapis neoznačenih brojeva sa fiksnim brojem bitova

NEOZNAČENI BROJEVI u računarskim sistemima su pozitivni celi brojevi **sa nulom** (≥ 0). U programskom jeziku C se neoznačeni celi brojevi definišu tipom ***unsigned int*** ili u C# ***byte*** ili ***uint***. Za svaki tip podataka definisano je sa **koliko bitova se predstavlja**.

Unsigned int u programskom jeziku C se predstavlja sa $32b$. Dakle, to je $2^{32} = 4.294.967.296$ različitih brojeva, odnosno brojeve $od\ 0\ do\ 4.294.967.295$.

Brojeve sa $\boldsymbol{n\ bitova}$ predstavljamo sa $\mathbf{2^n}$ **različitih kombinacija**. Recimo**,** $\mathbf{8}\boldsymbol{b}$ **brojeve** (**osmobitne brojeve**) predstavljamo sa $2^8 = 256$ različitih kombinacija. Pošto su to brojevi koji počinju od 0, najveći broj koji možemo zapisati je $256 - 1 = 255$. Odatle vidimo da bi **najveći neoznačeni broj sa** $\boldsymbol{n}$ **bitova** bio $\mathbf{2^n - 1}$, odnosno **INTERVAL NEOZNAČENIH BROJEVA SA FIKSNIM BROJEM BITOVA JE** $\mathbf{0 \div 2^n - 1}$.

0	0	0	0	0	0	0	0	Najmanji neoznačeni $8 - bitni$ broj
1	1	1	1	1	1	1	1	Najveći neoznačeni $8 - bitni$ broj

U računarima se danas brojevi obično predstavljaju sa $32b$ ili $64b$ (uglavnom $32b$).

Sabiranje neoznačenih binarnih brojeva

Prisetimo se sabiranja u dekadnom brojevnom sistemu:

Na primer: $59 + 214 = ?$

$$\begin{array}{cccc} & & 1 & \\ & & 5 & 9 \\ + & 2 & 1 & 4 \\ \hline & 2 & 7 & 3 \end{array}$$

U binarnom brojevnom sistemu se sabiranje vrši na isti način, s tim da moramo imati na umu sledeću tablicu:

$0 + 0 = 0$	(nema prenosa)
$0 + 1 = 1$	(nema prenosa)
$1 + 0 = 1$	(nema prenosa)
$1 + 1 = 10$	(odnosno 0 i prenos 1)
$1 + 1 + 1 = 11$	(odnosno 1 i prenos 1)
$1 + 1 + 1 + 1 = 100$	(odnosno 0 i prenos 10)

Zadaci za vežbu

1. Sabrati sledeće binarne brojeve

$$\begin{array}{r} 10101 \\ +11010 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 101011 \\ +\quad 10110 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10111 \\ +\ \ 1110 \\ \hline \end{array}$$

2. Prevesti brojeve iz prvog zadatka u dekadni zapis i proveriti da li je tačno izvršeno sabiranje.

Kada se sabiraju brojevi sa ograničenim brojem bitova može doći do **PREKORAČENJA**.

Na primer:

$$\begin{array}{ccccccccc} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & & \\ & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ + & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \boxed{\color{red}{1}} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

bit prekoračenja

Zadaci za vežbu

3. Sabrati $8 - bitne$ binarne brojeve, pazeći na prekoračenja

$$\begin{array}{r} 01101011 \\ 10110101 \\ +10110110 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11010110 \\ 00010111 \\ +00010111 \\ \hline \end{array}$$

Zadaci za domaći

1. Sabrati tri $8 - bitna$ broja kod kojih:
   a. Neće doći do prekoračenja
   b. Dolazi do prekoračenja

   Pošto je najveći $8 - bitni$ broj $2^8 - 1 = 255_{(10)}$, u prvom slučaju bi zbir ta 3 broja bio $\leq 255_{(10)}$, a u drugom $> 255_{10}$.

Oduzimanje neoznačenih binarnih brojeva

Podsetimo se oduzimanja u dekadnom brojevnom sistemu:

Na primer: $65 - 47 = ?$

$$\begin{array}{ccc} & \color{red}{5} & \color{red}{15} \\ & \cancel{6} & \cancel{5} \\ - & 4 & 7 \\ \hline & 1 & 8 \end{array}$$

Tako se vrši oduzimanje i u binarnom brojevnom sistemu, samo se vodi računa o sledećoj tablici:

$0 - 0 = 0$ (nema „pozajmljivanja“)
$1 - 0 = 1$ (nema „pozajmljivanja“)
$1 - 1 = 0$ (nema „pozajmljivanja“)
$0 - 1 = \color{red}{1}$ (uz „pozajmljenu“ jedinicu sa više težine)

Paziti da ***umanjilac*** nije veći od ***umanjenika*** da ne bismo dobili ***<u>negativnu (označenu) razliku</u>***.

Zadaci za vežbu

1. Oduzeti sledeće binarne brojeve

$$\begin{array}{r} 11011 \\ -10010 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1101011 \\ -\quad 10110 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10001 \\ -\quad 1110 \\ \hline \end{array}$$

2. Prevesti brojeve iz prvog zadatka u dekadni zapis i proveriti da li je tačno izvršeno oduzimanje.
3. Oduzeti $8-bitne$ binarne brojeve

$$\begin{array}{r} 10000111 \\ 00100011 \\ -00101011 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11111100 \\ 10010011 \\ -01100100 \\ \hline \end{array}$$

Zadaci za domaći

1. Izvršiti oduzimanje pazeći na to da je umanjenik veći od umanjioca:
   a. Dva $8-bitna$ broja
   b. Tri $8-bitna$ broja

Množenje neoznačenih brojeva

Množenje u dekadnom sistemu:

Na primer: $23 \cdot 16$

$$\begin{array}{ccccccc} & & 2 & 3 & \cdot & 1 & 6 \\ \hline & 1 & 3 & 8 & & & \\ + & 2 & 3 & & & & \\ \hline & 3 & 6 & 8 & & & \end{array}$$

Množenje se na isti način vrši u binarnom sistemu, s tim da se vodi računa o sledećoj tablici:

$$\begin{array}{c} 0 \cdot 0 = 0 \\ 0 \cdot 1 = 0 \\ 1 \cdot 0 = 0 \\ 1 \cdot 1 = 1 \end{array}$$

Kod množenja sa ograničenim brojem bitova (na primer kod $8-bitnog$ zapisa) voditi računa i o prekoračenju.

Zadaci za vežbu

1. Pomnožiti sledeće brojeve
   a. $1001 \cdot 110$
   b. $111011 \cdot 100$
   c. $11001 \cdot 111$
   d. $10110 \cdot 1010$
2. Izračunati:
   a. $1101 + 1101 \cdot (10101 - 110)$
   b. $(101101 - 11110) \cdot (110 + 1010)$
   c. $101010 - 1000 \cdot 11$

Zadaci za domaći

1. Izračunati vrednosti brojeva u primerima oblika:
    a. $x \cdot (y + z)$
    b. $(x - y) \cdot z$, gde je $x > y$
    c. $x - y \cdot z$, gde je $x > y \cdot z$

Deljenje neoznačenih brojeva

Deljenje u dekadnom sistemu:

Na primer: $368: 16$ ili $475: 4$

$$\begin{array}{cccccccccc}
 & 3 & 6 & 8 & : & 1 & 6 & = & 2 & 3 \\
- & 3 & 2 & & & & & & & \\
\hline
 & & 4 & 8 & & & & & & \\
 & - & 4 & 8 & & & & & & \\
\cline{2-4}
 & & & / & & & & & &
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccc}
 & 4 & 7 & 5 & : & 4 & = & 1 & 1 & 8 \qquad (3) \\
- & 4 & & & & & & & & \\
\cline{1-3}
 & / & 7 & & & & & & & \\
 & - & 4 & & & & & & & \\
\cline{2-4}
 & & 3 & 5 & & & & & & \\
 & - & 3 & 2 & & & & & & \\
\cline{2-4}
 & & / & 3 & & & & & &
\end{array}$$

U binarnom zapisu se deljenje vrši na isti način, samo je i količnik i ostatak binarni broj.

Zadaci za vežbu

1. Podeliti sledeće brojeve
    a. $1010001: 1001$
    b. $101010: 111$
    c. $10001: 11$
    d. $100010110: 1101$

Zadaci za domaći

1. Izračunati:
    a. $(1100111 - 1101): 1001$
    b. $101101 + 111100: 100 + 1010$
    c. $101000: 101 + 1000 \cdot 11 - 110$