

Zapis razlomljenih brojeva

Zapis razlomljenih brojeva sa fiksnim zarezom

RAZLOMLJENI DEO BINARNOG BROJA SA FIKSNIM ZAREZOM se u dekadni zapis prevodi na sledeći način:

$$0, x_{-1}x_{-2}x_{-3} \dots x_{-n}_{(2)} = x_{-1} \cdot 2^{-1} + x_{-2} \cdot 2^{-2} + x_{-3} \cdot 2^{-3} + \dots + x_{-n} \cdot 2^{-n}_{(10)}$$

Zadaci za vežbu

1. Konvertovati brojeve:

- $0,101_{(2)} = ?_{(10)}$
- $1101,11101_{(2)} = ?_{(10)}$
- $0,11001011_{(2)} = ?_{(10)}$

RAZLOMLJENI DEO DEKADNOG BROJA se prevodi u binarni na sledeći način:

- Razlomljeni deo se množi sa 2
- Ceo deo se zapisuje u binarni broj, a razlomljeni deo se nastavlja sa množenjem
- Množenje se prekida kada za razlomljeni deo dobijemo 0. Broj se čita u smeru dobijanja cifara.

Na primer: $0,5625_{(10)} = ?_{(2)}$

0.5625	1	↓	$0.5625_{(10)} = 0.1001_{(2)}$	
0	1.125			0
	0.25			0
	0.5			1
0	1.0			

Zadaci za vežbu

1. Konvertovati naredne brojeve u binarni zapis sa fiksnim zarezom:

- $0,375_{(10)} = ?_{(2)}$
- $0,03125_{(10)} = ?_{(2)}$
- $26,75_{(10)} = ?_{(2)}$
- $0,6875_{(10)} = ?_{(2)}$

Problem se kavlja kod brojeva kao što je $0,1_{(10)}$ jer dolazi do ponavljanja:

0.1	0	↓	$0.1_{(10)} = 0.00011001 \dots_{(2)}$	
0.2	0			
0.4	0			
0.8	1			
0	1.6			1
0	1.2			0
0.4	0			

1. Konvertovati brojeve u binarni zapis sa fiksnim zarezom:

a. $0,35_{(10)} = ?_{(2)}$

b. $0,44_{(10)} = ?_{(2)}$

c. $0,56_{(10)} = ?_{(2)}$

Zapis razlomljenih brojeva u obliku pokretnog zareza

Realni brojevi se u računaru obično predstavljaju u takozvanom **POKRETNOM ZAREZU (floating point)**. Odatle je i naziv u programskim jezicima C, C++ ili C# za realne brojeve **float**.

Na primer, u dekadnom sistemu se brojevi mogu zapisati na sledeći način:

$$\begin{array}{r|l} 584.963 & = 5.84963 \cdot 10^2 \\ 0.00305 & = 3.05 \cdot 10^{-3} \end{array}$$

Nenormalizovan broj | Normalizovan broj

Mantisa

$x = (z)M \cdot q^E$

Osnova

EkspONENT

Brojevi se normalizuju tako što se zarez postavi iza prve cifre koja nije nula.

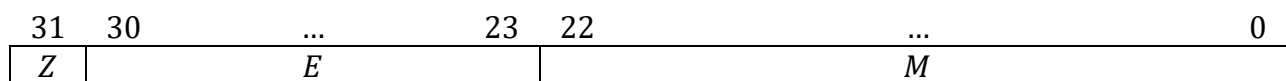
Tako su brojevi 584.963 i 0.00305 nenormalizovani, a brojevi $5.84963 \cdot 10^2$ i $3.05 \cdot 10^{-3}$ normalizovani.

Postoje različiti standardi za predstavljanje brojeva u pokretnom zarezu. Najčešće korišćeni standard je **IEEE754 (Institute of Electrical and Electronics Engineers)**.

IEEE754 može biti u više formata. Najčešći su sa jednostrukom preciznošću (tip **float 32b**) i dvostrukom preciznošću (tip **double 64b**). U našem radu koristićemo format sa jednostrukom preciznošću.

Po IEEE754 je u formatu sa jednostrukom preciznošću broj predstavljen u 32b na sledeći način:

1. **Bit na mestu najveće težine** rezervisan je za **znak** (0 za pozitivan i 1 za negativan broj).
2. **Sledećih 8b (1B)** je za **predstavljanje eksponenta** (skaliranje broja).
3. **Preostala 23b** su **mantisa** (značajne cifre broja).



Postupak nalaženja dekadne vrednosti od binarnog broja zapisanog u IEEE754 standardu odvija se na sledeći način:

1. **Određivanje znaka Z:** ako je bit najveće težine 0 broj je pozitivan, a ako je 1 broj je negativan.
2. **Nalaženje eksponenta E:** binarnu vrednost eksponenta konvertovati u dekadni broj. Pošto je u 8b moguće upisati brojeve od 0 do 255, a potrebno je dobiti i negativne vrednosti za eksponent, **navedeni opseg se umanjuje za 127**. Novi opseg je **od -127 do 128**.
3. **Određivanje mantise M:** na poslednja 23b se primenjuje formula za dobijanje mantise:

$$M = 2^0 + m_1 \cdot 2^{-1} + m_2 \cdot 2^{-2} + m_3 \cdot 2^{-3} + \dots + m_{23} \cdot 2^{-23}$$

4. **Računanje dekadne vrednosti V:** vrednost dekadnog broja se računa po formuli $V = (z)M \cdot 2^E$.

Na primer:

$$0 \mid 1000\ 0001 \mid 1110\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000 \quad =?_{(10)}$$

$z \qquad E \qquad M$

1. $z = 0 \rightarrow +$
2. $E \rightarrow 1000\ 0001 = 2^7 + 2^0 = 128 + 1 = 129 \rightarrow \text{umanjiti za } 127 \rightarrow E = 129 - 127 = 2$
3. $M = 1110\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000 = 2^0 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{15}{8}$
4. $V = (z)M \cdot 2^E = +\frac{15}{8} \cdot 2^2 = \frac{15}{8} \cdot 4 = 7.5_{(10)}$

Zadaci za vežbu

1. Odrediti dekadne vrednosti brojeva zapisanih u jednostrukom IEEE754 standardu:
 - a. 0 1000 0001 1100 0000 0000 0000 0000 000₍₂₎
 - b. 40C0 0000₍₁₆₎
 - c. 4240 0000₍₁₆₎

Zadaci za domaći

1. Odrediti dekadne vrednosti brojeva zapisanih u jednostrukom IEEE754 standardu:
 - a. 1 1000 0100 0111 0000 0000 0000 0000 000₍₂₎
 - b. C2700000₍₁₆₎

Postupak nalaženja binarne vrednosti od dekadnog broja u jednostrukom IEEE754 standardu je sledeći:

1. **Celobrojni deo realnog broja** konvertuje se u binarni zapis (deljenjem sa 2).
2. **Razlomljeni deo realnog broja** konvertuje se u binarni zapis (množenjem sa 2).
3. **Od binarnih zapisa iz koraka 1 i 2 formira se nenormalizovani binarni broj.**
4. **Dobijeni binarni broj se normalizuje.**
5. **Na osnovu normalizovanog oblika** odrede se komponente Z, E i M i formira se zapis u pokretnom zapisu. **Pošto je E u konverziji iz binarnog u dekadni zapis moralo da se umanjí za 127, sada E mora da se UVEĆA za 127.**

Na primer:

$$V = 7.5_{(10)} = 111.1000 \dots_{(2)} = 1.11100 \dots_{(2)} \cdot 2^2$$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 1 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & \end{array} \quad \uparrow$$

$$\begin{array}{r|l} 0.5 & 1 \\ \color{red}{0.1} & 0 \\ & 0 \end{array} \quad \downarrow$$

1. $Z = + \rightarrow Z = 0$
2. $E = 2 + 127 = 129 \rightarrow E = 1000\ 0001_2 \rightarrow \text{sada se } E \text{ uvećava za } 127$
 $M = 1110\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000_{(2)}$
 $\rightarrow V = 0 \mid 1000\ 0001 \mid 1110\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000$

Zadaci za vežbu

1. Odrediti zapis binarnog broja sa pokretnim zarezom u jednostrukom standardu IEEE754 sledećih dekadnih brojeva:
 - a. $123.45_{(10)}$
 - b. $17.74_{(10)}$
 - c. $-8.25_{(10)}$

Zadaci za domaći

2. Odrediti zapis binarnog broja sa pokretnim zarezom u jednostrukom standardu IEEE754 sledećih dekadnih brojeva:
 - a. $240.1_{(10)}$
 - b. $-15.0_{(10)}$
 - c. $22.56_{(10)}$

Napomena: rešenja zadataka proveriti na stranicama:

Konvertovanje razlomljenih brojeva:

<https://www.rapidtables.com/convert/number/binary-to-decimal.html>

IEEE 754 konvertovanje binarnog u dekadni i suprotno:

https://www.binaryconvert.com/convert_float.html

<https://www.h-schmidt.net/FloatConverter/IEEE754.html>